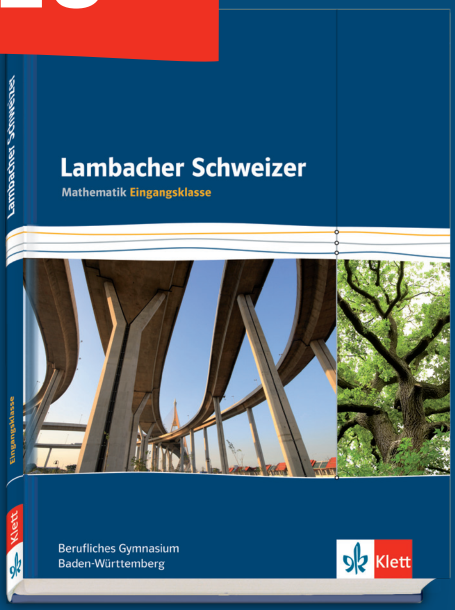
NEU



Von Anfang an sicher unterwegs. Mit Lambacher Schweizer.

- Passgenau zum neuen Lehrplan
- Basisfertigkeiten üben und Basiswissen sichern
- Selbstständig üben und kontrollieren

Ein guter Start für alle.

Alle abholen – mit Lambacher Schweizer. Die klare und prägnante Darstellung des Lehrstoffs und umfangreiches Übungsmaterial mit vielen Möglichkeiten zur Selbstkontrolle wird allen Schülern gerecht und gleicht Unterschiede an.

Aufgaben für alle Leistungsniveaus

Aufgaben auf verschiedenen Anforderungsniveaus bieten den Schülerinnen und Schülern viele Übungen, die bei jedem Thema ihren individuellen Möglichkeiten entsprechen – das hilft, spornt an und fordert heraus.

Selbstständig üben und kontrollieren macht sicher

Viele Aufgaben mit Selbstkontrollmöglichkeiten fördern regelmäßiges, selbstständiges Üben und Wiederholen – das Gelernte sitzt.

Der rote Faden führt sicher zum Abitur

Lambacher Schweizer Eingangsklasse für berufliche Gymnasien bietet genau die im neuen Lehrplan 2014 geforderten Themen und berücksichtigt, dass ab 2017 der GTR nicht mehr im Abitur zugelassen wird.

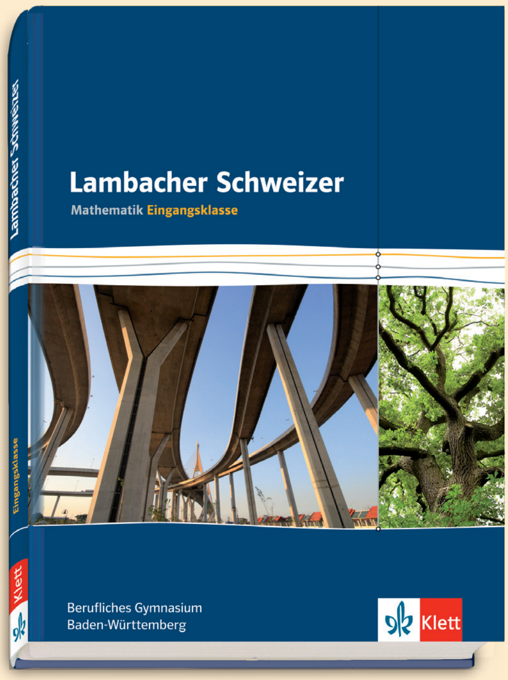
Viel Material für individuelle Angebote

Mit den Materialien im Digitalen Unterrichtsassistenten können Sie Ihre Schülerinnen und Schüler zusätzlich individuell fördern und fordern.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis

Unser Service für Sie: Anfang 2015 können Sie das Kapitel Stochastik im Klassensatz anfordern.



Lambacher Schweizer
Mathematik Eingangsklasse
Berufliches Gymnasium
Baden-Württemberg
Klett

Die gute Mischung bringt‘s!

- Gewohnt klare Konzeption
- Unterrichtsnahe Organisation der Inhalte
- Motivierende Einstiege in ein neues Thema
- Breites Aufgabenspektrum, viele Anwendungsaufgaben

Aufschlagen und unterrichten!

Das Schülerbuch wurde komplett überarbeitet und an den neuen Lehrplan angepasst. Die bewährt klare Struktur wird durch das neue Layout noch übersichtlicher.

Alltagsnah in neue Themen starten

Die neuen Auftaktseiten ermöglichen Ihren Schülerinnen und Schülern motiviert in ein neues Thema einzusteigen. Fragen und Texte zu den Fotos und Grafiken geben Anregungen zum Nachdenken oder helfen beim Einordnen der neuen Themen.

Klar strukturiert durch die Lerneinheit

Die immer nach demselben Prinzip gegliederten Lerneinheiten führen alle Schülerinnen und Schüler sicher durch das Kapitel. Einführung, Merkkasten und Beispiele leiten zu vielen abwechslungsreichen Aufgaben für alle Leistungsniveaus über. Die klare Schrittigkeit und die regelmäßige Progression erleichtern das Verständnis.

Trigonometrische Funktionen

Viele Vorgänge in Natur und Technik sind von immer wiederkehrenden Phänomenen geprägt.
- Sonnenstand: Tag – Nacht
- Wasserstand: Ebbe – Flut
- Schwimmtechnik: Zugphase – Gleitphase
- Verbrennungsmotor: Ansaugen – Verdichten – Ausstoßen

Ebbe und Flut

Zwischen Hochwasser (Flut) und Niedrigwasser liegt ein Zeitraum von 6 h 12 min. Der mittlere Tidenhub (Unterschied zwischen Hoch- und Niedrigwasser) beträgt 2,40 m. Wie sind die Achsen zu beschriften?

Länge eines Tages im Jahresverlauf in Stunden $L(t) = 12 + 6{,}24 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} t\right)$, $t = 0$ entspricht dem 1. März, t in Monaten. Berechnen Sie die Tageslänge am 1. Juni, am 21. Juni und am 21. Dezember.

Das Riesenrad im Wiener Prater ist rund 60 m hoch und benötigt für einen Umlauf etwa vier Minuten. Wie sieht der Graph einer Funktion aus, die der Zeit die Höhe der Gondel zuordnet?

Die Geschwindigkeit eines Weltklasse-Marathon-Läufers kann mit der Funktion v mit $v(t) = 0{,}4 \cdot \sin(6\pi t) + 5{,}6$ modelliert werden (t in Sekunden, v(t) in $\frac{m}{s}$). Welche Schrittfrequenz hat der Läufer?

Das kennen Sie schon
- Sinus, Kosinus und Tangens am rechtwinkligen Dreieck als Seitenverhältnis bestimmen
- zu einem gegebenen Winkel sin, cos und tan berechnen
- den Winkel α aus einem gegebenen Wert für sin (α) oder cos (α) bzw. tan (α) berechnen
- Anwendungsaufgaben zur Trigonometrie lösen
- Graphen strecken und verschieben

Check-in: Zur Überprüfung, ob Sie die inhaltlichen Voraussetzungen beherrschen, siehe Seite 258.

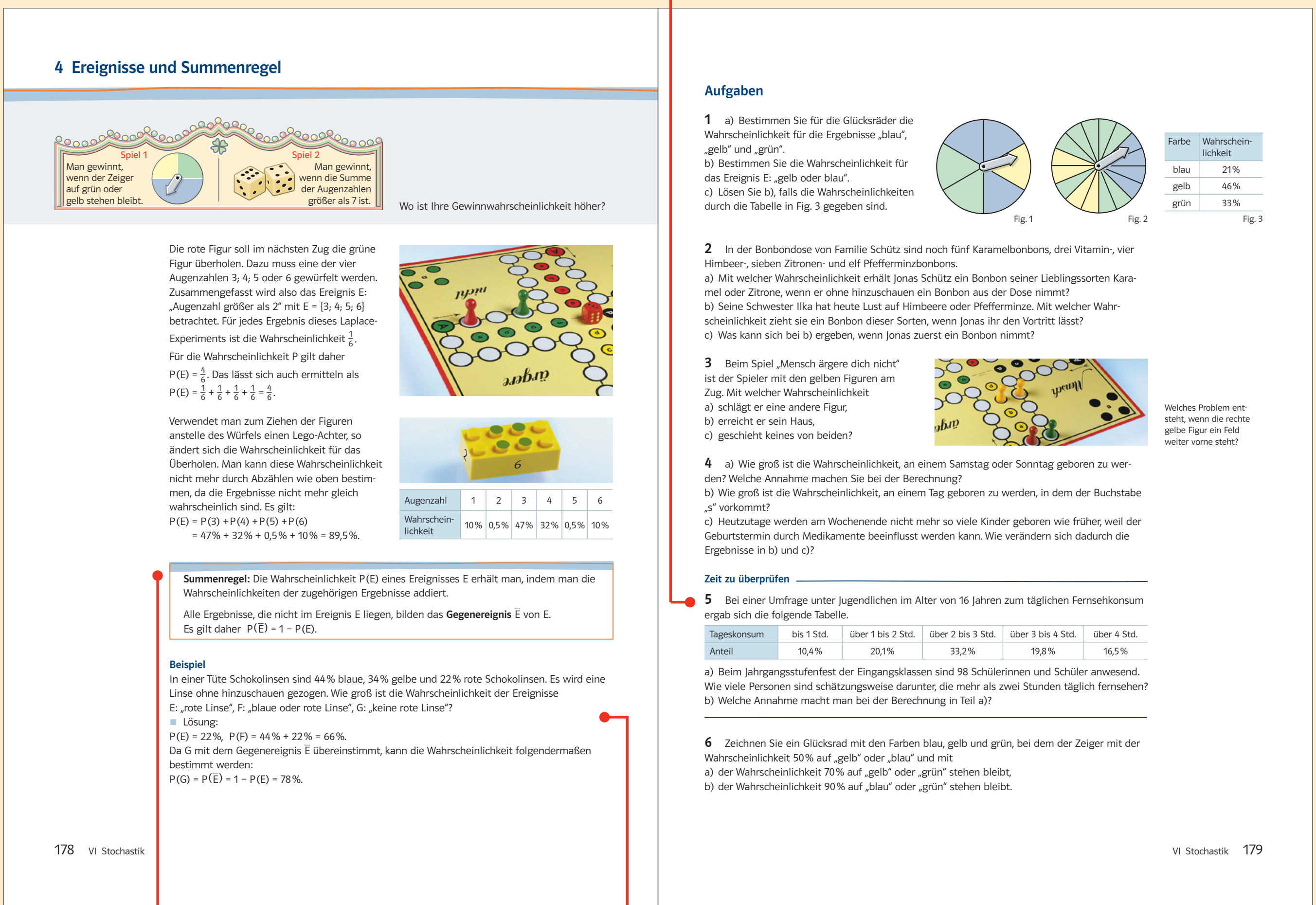
In diesem Kapitel
- werden sin (α), cos (α) und tan (α) auch für Winkel α größer als 90° definiert.
- wird das Bogenmaß für Winkel eingeführt.
- werden die Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion definiert.
- werden Transformationen trigonometrischer Graphen untersucht.
- werden periodische Vorgänge modelliert.

146 147

Möglichkeit zur Prüfung des Lernstandes vor jedem Kapitel.

Übersicht über die neuen Themen gibt Orientierung.

Aufgaben zum Überprüfen der neuen grundlegenden Inhalte.



4 Ereignisse und Summenregel

Spiel 1
Man gewinnt, wenn der Zeiger auf grün oder gelb stehen bleibt.

Spiel 2
Man gewinnt, wenn die Summe der Augenzahlen größer als 7 ist.

Wo ist Ihre Gewinnwahrscheinlichkeit höher?

Die rote Figur soll im nächsten Zug die grüne Figur überholen. Dazu muss eine der vier Augenzahlen 3; 4; 5 oder 6 gewürfelt werden. Zusammengefasst wird also das Ereignis E: „Augenzahl größer als 2“ mit E = {3; 4; 5; 6} betrachtet. Für jedes Ergebnis dieses Laplace-Experiments ist die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$.
Für die Wahrscheinlichkeit P gilt daher
$P(E) = \frac{4}{6}$. Das lässt sich auch ermitteln als
$P(E) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$.

Verwendet man zum Ziehen der Figuren anstelle des Würfels einen Lego-Achter, so ändert sich die Wahrscheinlichkeit für das Überholen. Man kann diese Wahrscheinlichkeit nicht mehr durch Abzählen wie oben bestimmen, da die Ergebnisse nicht mehr gleich wahrscheinlich sind. Es gilt:
$P(E) = P(3) + P(4) + P(5) + P(6)$
$= 47\% + 32\% + 0{,}5\% + 10\% = 89{,}5\%$.

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit	10%	0,5%	47%	32%	0,5%	10%

Summenregel: Die Wahrscheinlichkeit P(E) eines Ereignisses E erhält man, indem man die Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Ergebnisse addiert.

Alle Ergebnisse, die nicht im Ereignis E liegen, bilden das **Gegenereignis** $\overline{E}$ von E.
Es gilt daher $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$.

Beispiel
In einer Tüte Schokolinsen sind 44% blaue, 34% gelbe und 22% rote Schokolinsen. Es wird eine Linse ohne hinzuschauen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse
E: „rote Linse“, F: „blaue oder rote Linse“, G: „keine rote Linse“?
Lösung:
$P(E) = 22\%$, $P(F) = 44\% + 22\% = 66\%$.
Da G mit dem Gegenereignis $\overline{E}$ übereinstimmt, kann die Wahrscheinlichkeit folgendermaßen bestimmt werden:
$P(G) = P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 78\%$.

178 VI Stochastik

Aufgaben

1 a) Bestimmen Sie für die Glücksräder die Wahrscheinlichkeit für die Ergebnisse „blau“, „gelb“ und „grün“.
b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E: „gelb oder blau“.
c) Lösen Sie b), falls die Wahrscheinlichkeiten durch die Tabelle in Fig. 3 gegeben sind.

Fig. 1

Fig. 2

Farbe	Wahrscheinlichkeit
blau	21%
gelb	46%
grün	33%

Fig. 3

2 In der Bonbondose von Familie Schütz sind noch fünf Karamelbonbons, drei Vitamin-, vier Himbeer-, sieben Zitronen- und elf Pfefferminzbonbons.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält Jonas Schütz ein Bonbon seiner Lieblingssorten Karamel oder Zitrone, wenn er ohne hinzuschauen ein Bonbon aus der Dose nimmt?
b) Seine Schwester Ilka hat heute Lust auf Himbeere oder Pfefferminze. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht sie ein Bonbon dieser Sorten, wenn Jonas ihr den Vortritt lässt?
c) Was kann sich bei b) ergeben, wenn Jonas zuerst ein Bonbon nimmt?

3 Beim Spiel „Mensch ärgere dich nicht“ ist der Spieler mit den gelben Figuren am Zug. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
a) schlägt er eine andere Figur,
b) erreicht er sein Haus,
c) geschieht keines von beiden?

Welches Problem entsteht, wenn die rechte gelbe Figur ein Feld weiter vorne steht?

4 a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, an einem Samstag oder Sonntag geboren zu werden? Welche Annahme machen Sie bei der Berechnung?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, an einem Tag geboren zu werden, in dem der Buchstabe „s“ vorkommt?
c) Heutzutage werden am Wochenende nicht mehr so viele Kinder geboren wie früher, weil der Geburtstermin durch Medikamente beeinflusst werden kann. Wie verändern sich dadurch die Ergebnisse in b) und c)?

Zeit zu überprüfen

5 Bei einer Umfrage unter Jugendlichen im Alter von 16 Jahren zum täglichen Fernsehkonsum ergab sich die folgende Tabelle.

Tageskonsum	bis 1 Std.	über 1 bis 2 Std.	über 2 bis 3 Std.	über 3 bis 4 Std.	über 4 Std.
Anteil	10,4%	20,1%	33,2%	19,8%	16,5%

a) Beim Jahrgangsstufenfest der Eingangsklassen sind 98 Schülerinnen und Schüler anwesend. Wie viele Personen sind schätzungsweise darunter, die mehr als zwei Stunden täglich fernsehen?
b) Welche Annahme macht man bei der Berechnung in Teil a)?

6 Zeichnen Sie ein Glücksrad mit den Farben blau, gelb und grün, bei dem der Zeiger mit der Wahrscheinlichkeit 50% auf „gelb“ oder „blau“ und mit
a) der Wahrscheinlichkeit 70% auf „gelb“ oder „grün“ stehen bleibt,
b) der Wahrscheinlichkeit 90% auf „blau“ oder „grün“ stehen bleibt.

VI Stochastik 179

Der Merkkasten fasst die wichtigsten Inhalte der Lerneinheit zusammen.

Beispiele veranschaulichen, wie die nachfolgenden Aufgaben zu lösen sind.

Aufgaben zum Überprüfen der neuen grundlegenden Inhalte.

Hier wird auf weiterführende Aufgaben verwiesen.

Symbole kennzeichnen die Niveaustufe der Aufgaben.

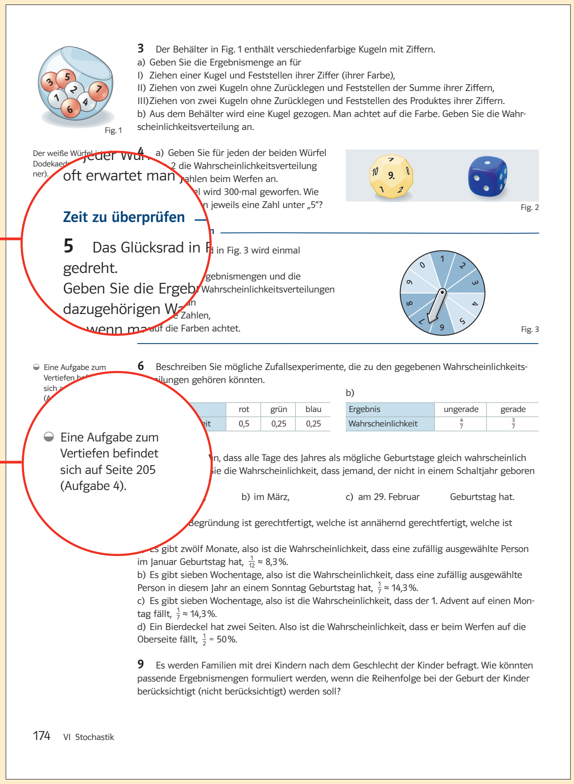


Fig. 1

3 Der Behälter in Fig. 1 enthält verschiedenfarbige Kugeln mit Ziffern.
a) Geben Sie die Ergebnismenge an für
I) Ziehen einer Kugel und Feststellen ihrer Ziffer (ihrer Farbe),
II) Ziehen von zwei Kugeln ohne Zurücklegen und Feststellen der Summe ihrer Ziffern,
III) Ziehen von zwei Kugeln ohne Zurücklegen und Feststellen des Produktes ihrer Ziffern.
b) Aus dem Behälter wird eine Kugel gezogen. Man achtet auf die Farbe. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung an.

Zeit zu überprüfen

5 Das Glücksrad in Fig. 3 wird einmal gedreht.
Geben Sie die Ergebnismengen und die dazugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen an, wenn man auf die Farben achtet.

Fig. 2

Fig. 3

Eine Aufgabe zum Vertiefen befindet sich auf Seite 205 (Aufgabe 4).

6 Beschreiben Sie mögliche Zufallsexperimente, die zu den gegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen gehören könnten.

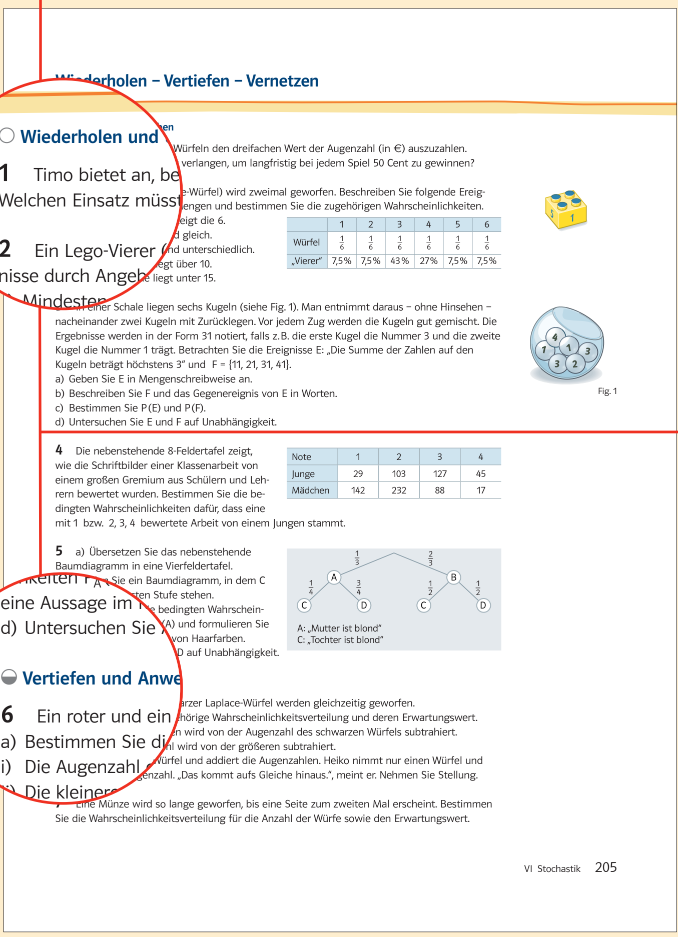
b)

Ergebnis	ungerade	gerade
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

c) Es gibt zwölf Monate, also ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person im Januar Geburtstag hat, $\frac{1}{12} \approx 8{,}3\,\%$.
b) Es gibt sieben Wochentage, also ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person in diesem Jahr an einem Sonntag Geburtstag hat, $\frac{1}{7} \approx 14{,}3\,\%$.
c) Es gibt sieben Wochentage, also ist die Wahrscheinlichkeit, dass der 1. Advent auf einen Montag fällt, $\frac{1}{7} \approx 14{,}3\,\%$.
d) Ein Bierdeckel hat zwei Seiten. Also ist die Wahrscheinlichkeit, dass er beim Werfen auf die Oberseite fällt, $\frac{1}{2} = 50\,\%$.

9 Es werden Familien mit drei Kindern nach dem Geschlecht der Kinder befragt. Wie könnten passende Ergebnismengen formuliert werden, wenn die Reihenfolge bei der Geburt der Kinder berücksichtigt (nicht berücksichtigt) werden soll?

174 VI Stochastik


Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen

Wiederholen und Trainieren

1 Timo bietet an, beim Würfeln den dreifachen Wert der Augenzahl (in €) auszuzahlen. Welchen Einsatz müsste er verlangen, um langfristig bei jedem Spiel 50 Cent zu gewinnen?

2 Ein Lego-Vierer (-Würfel) wird zweimal geworfen. Beschreiben Sie folgende Ereignisse durch Angeben der Mengen und bestimmen Sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

	1	2	3	4	5	6
Würfel	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
„Vierer“	7,5 %	7,5 %	43 %	27 %	7,5 %	7,5 %

3 In einer Schale liegen sechs Kugeln (siehe Fig. 1). Man entnimmt daraus – ohne Hinsehen – nacheinander zwei Kugeln mit Zurücklegen. Vor jedem Zug werden die Kugeln gut gemischt. Die Ergebnisse werden in der Form 31 notiert, falls z. B. die erste Kugel die Nummer 3 und die zweite Kugel die Nummer 1 trägt. Betrachten Sie die Ereignisse E: „Die Summe der Zahlen auf den Kugeln beträgt höchstens 3“ und F = {11, 21, 31, 41}.
a) Geben Sie E in Mengenschreibweise an.
b) Beschreiben Sie F und das Gegenereignis von E in Worten.
c) Bestimmen Sie P(E) und P(F).
d) Untersuchen Sie E und F auf Unabhängigkeit.

Fig. 1

4 Die nebenstehende 8-Feldertafel zeigt, wie die Schriftbilder einer Klassenarbeit von einem großen Gremium aus Schülern und Lehrern bewertet wurden. Bestimmen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten dafür, dass eine mit 1 bzw. 2, 3, 4 bewertete Arbeit von einem Jungen stammt.

Note	1	2	3	4
Jungen	29	103	127	45
Mädchen	142	232	88	17

5 a) Übersetzen Sie das nebenstehende Baumdiagramm in eine Vierfeldertafel.

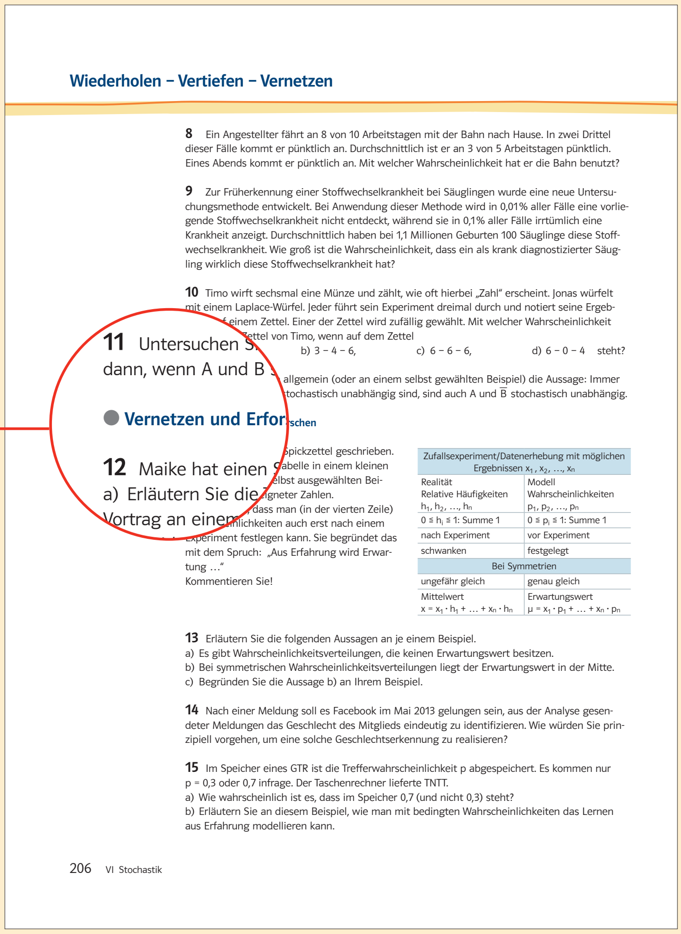
A: „Mutter ist blond“
C: „Tochter ist blond“

Vertiefen und Anwenden

6 Ein roter und ein schwarzer Laplace-Würfel werden gleichzeitig geworfen.
a) Bestimmen Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung und deren Erwartungswert.

7 Eine Münze wird so lange geworfen, bis eine Seite zum zweiten Mal erscheint. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Würfe sowie den Erwartungswert.

VI Stochastik 205


Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen

8 Ein Angestellter fährt an 8 von 10 Arbeitstagen mit der Bahn nach Hause. In zwei Drittel dieser Fälle kommt er pünktlich an. Durchschnittlich ist er an 3 von 5 Arbeitstagen pünktlich. Eines Abends kommt er pünktlich an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er die Bahn benutzt?

9 Zur Früherkennung einer Stoffwechselkrankheit bei Säuglingen wurde eine neue Untersuchungsmethode entwickelt. Bei Anwendung dieser Methode wird in 0,01 % aller Fälle eine vorliegende Stoffwechselkrankheit nicht entdeckt, während sie in 0,1 % aller Fälle irrtümlich eine Krankheit anzeigt. Deutschlandweit haben bei 1,1 Millionen Geburten 100 Säuglinge diese Stoffwechselkrankheit. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein als krank diagnostizierter Säugling wirklich diese Stoffwechselkrankheit hat?

10 Timo wirft sechsmal eine Münze und zählt, wie oft hierbei „Zahl“ erscheint. Jonas würfelt mit einem Laplace-Würfel. Jeder führt sein Experiment dreimal durch und notiert seine Ergebnisse auf einem Zettel. Einer der Zettel wird zufällig gewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt der Zettel von Timo, wenn auf dem Zettel
b) 3 – 4 – 6, c) 6 – 6 – 6, d) 6 – 0 – 4 steht?

11 Untersuchen Sie allgemein (oder an einem selbst gewählten Beispiel) die Aussage: Immer dann, wenn A und B stochastisch unabhängig sind, sind auch A und $\overline{B}$ stochastisch unabhängig.

Vernetzen und Erforschen

12 Maike hat einen Spickzettel geschrieben.
a) Erläutern Sie die Tabelle in einem kleinen Vortrag an einem selbst ausgewählten Beispiel.
b) Was meint man, dass man (in der vierten Zeile) Wahrscheinlichkeiten auch erst nach einem Experiment festlegen kann. Sie begründet das mit dem Spruch: „Aus Erfahrung wird Erwartung …“
Kommentieren Sie!

Zufallsexperiment/Datenerhebung mit möglichen Ergebnissen $x_1, x_2, \ldots, x_n$	
Realität	Modell
Relative Häufigkeiten $h_1, h_2, \ldots, h_n$	Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, \ldots, p_n$
$0 \le h_i \le 1$; Summe 1	$0 \le p_i \le 1$; Summe 1
nach Experiment	vor Experiment
schwanken	festgelegt
Bei Symmetrien	
ungefähr gleich	genau gleich
Mittelwert $\bar{x} = x_1 \cdot h_1 + \ldots + x_n \cdot h_n$	Erwartungswert $\mu = x_1 \cdot p_1 + \ldots + x_n \cdot p_n$

13 Erläutern Sie die folgenden Aussagen an je einem Beispiel.
a) Es gibt Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die keinen Erwartungswert besitzen.
b) Bei symmetrischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen liegt der Erwartungswert in der Mitte.
c) Begründen Sie die Aussage b) an Ihrem Beispiel.

14 Nach einer Meldung soll es Facebook im Mai 2013 gelungen sein, aus der Analyse gesendeter Meldungen das Geschlecht des Mitglieds eindeutig zu identifizieren. Wie würden Sie prinzipiell vorgehen, um eine solche Geschlechtserkennung zu realisieren?

15 Im Speicher eines GTR ist die Trefferwahrscheinlichkeit p abgespeichert. Es kommen nur p = 0,3 oder 0,7 infrage. Der Taschenrechner lieferte TNTT.
a) Wie wahrscheinlich ist es, dass im Speicher 0,7 (und nicht 0,3) steht?
b) Erläutern Sie an diesem Beispiel, wie man mit bedingten Wahrscheinlichkeiten das Lernen aus Erfahrung modellieren kann.

206 VI Stochastik

Selbstständigkeit macht sicher.

- Selbstständige Kontrolle des Lernfortschrittes
- Viele Aufgaben mit Lösungen zur Vorbereitung auf Klassenarbeiten
- Differenzierendes Unterrichten leicht gemacht

Regelmäßig den Lernfortschritt kontrollieren

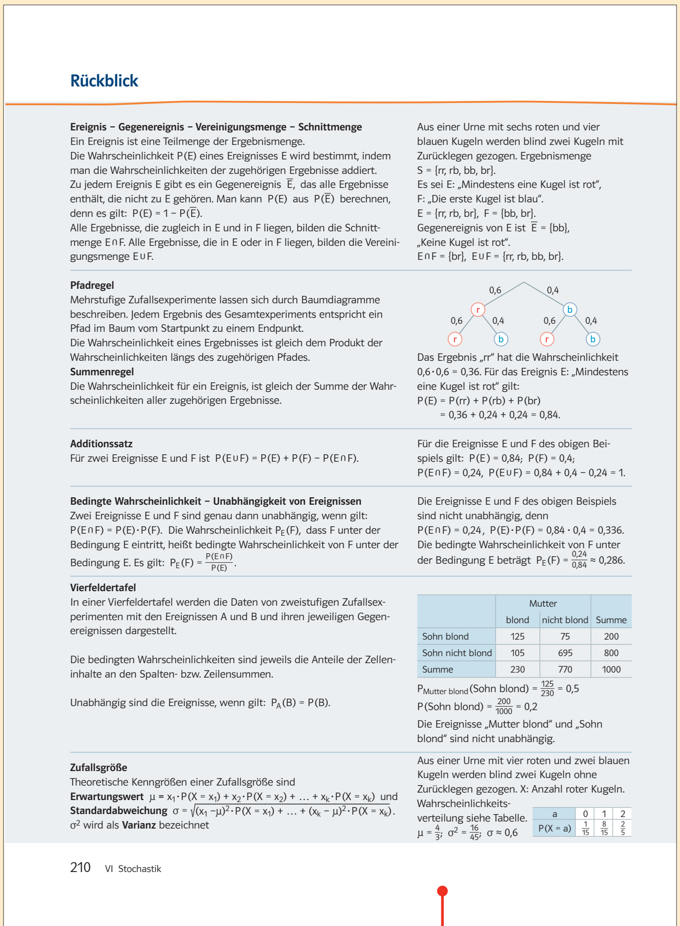
In jeder Lerneinheit können die Schülerinnen und Schüler im Aufgabenblock „Zeit zu überprüfen“ testen, ob sie die grundlegenden Aufgaben zum neu gelernten Stoff lösen können und dies mit den Lösungen hinten im Buch überprüfen.

Differenzierendes Unterrichten unterstützen

Nach den Lerneinheiten sind Aufgaben zum „Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen“ des im Kapitel gelernten Stoffes. Vorher wird an geeigneter Stelle auf diese Aufgaben hingewiesen. Die Aufgaben sind mit drei Niveaustufen gekennzeichnet:

○ Wiederholen und Üben
◒ Vertiefen und Anwenden
● Vernetzen und Erforschen

Am Ende des Kapitels werden auf den „Rückblick“-Seiten alle zentralen Inhalte des Kapitels zusammengefasst und an Beispielen veranschaulicht – ideal zum Nachschlagen. Abschließend folgen Tests mit Lösungen im Anhang des Buches – so können Ihre Schülerinnen und Schüler individuell üben und sich gut auf Klassenarbeiten vorbereiten.



Rückblick

Ereignis – Gegenereignis – Vereinigungsmenge – Schnittmenge
Ein Ereignis ist eine Teilmenge der Ergebnismenge.
Die Wahrscheinlichkeit $P(E)$ eines Ereignisses E wird bestimmt, indem man die Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Ergebnisse addiert.
Zu jedem Ereignis E gibt es ein Gegenereignis $\overline{E}$, das alle Ergebnisse enthält, die nicht zu E gehören. Man kann $P(E)$ aus $P(\overline{E})$ berechnen, denn es gilt: $P(E) = 1 - P(\overline{E})$.
Alle Ergebnisse, die zugleich in E und in F liegen, bilden die Schnittmenge $E \cap F$. Alle Ergebnisse, die in E oder in F liegen, bilden die Vereinigungsmenge $E \cup F$.

Aus einer Urne mit sechs roten und vier blauen Kugeln werden blind zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Ergebnismenge $S = \{rr, rb, bb, br\}$.
Es sei E: „Mindestens eine Kugel ist rot“, F: „Die erste Kugel ist blau“.
$E = \{rr, rb, br\}$, $F = \{bb, br\}$.
Gegenereignis von E ist $\overline{E} = \{bb\}$, „Keine Kugel ist rot“.
$E \cap F = \{br\}$, $E \cup F = \{rr, rb, bb, br\}$.

Pfadregel
Mehrstufige Zufallsexperimente lassen sich durch Baumdiagramme beschreiben. Jedem Ergebnis des Gesamtexperiments entspricht ein Pfad im Baum vom Startpunkt zu einem Endpunkt.
Die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades.
Summenregel
Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis, ist gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten aller zugehörigen Ergebnisse.

Das Ergebnis „rr“ hat die Wahrscheinlichkeit $0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$. Für das Ereignis E: „Mindestens eine Kugel ist rot“ gilt:
$P(E) = P(rr) + P(rb) + P(br)$
$= 0{,}36 + 0{,}24 + 0{,}24 = 0{,}84$.

Additionssatz
Für zwei Ereignisse E und F ist $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$.

Für die Ereignisse E und F des obigen Beispiels gilt: $P(E) = 0{,}84$; $P(F) = 0{,}4$;
$P(E \cap F) = 0{,}24$, $P(E \cup F) = 0{,}84 + 0{,}4 - 0{,}24 = 1$.

Bedingte Wahrscheinlichkeit – Unabhängigkeit von Ereignissen
Zwei Ereignisse E und F sind genau dann unabhängig, wenn gilt: $P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F)$. Die Wahrscheinlichkeit $P_E(F)$, dass F unter der Bedingung E eintritt, heißt bedingte Wahrscheinlichkeit von F unter der Bedingung E. Es gilt: $P_E(F) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}$.

Die Ereignisse E und F des obigen Beispiels sind nicht unabhängig, denn
$P(E \cap F) = 0{,}24$, $P(E) \cdot P(F) = 0{,}84 \cdot 0{,}4 = 0{,}336$.
Die bedingte Wahrscheinlichkeit von F unter der Bedingung E beträgt $P_E(F) = \frac{0{,}24}{0{,}84} \approx 0{,}286$.

Vierfeldertafel
In einer Vierfeldertafel werden die Daten von zweistufigen Zufallsexperimenten mit den Ereignissen A und B und ihren jeweiligen Gegenereignissen dargestellt.

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten sind jeweils die Anteile der Zelleninhalte an den Spalten- bzw. Zeilensummen.

Unabhängig sind die Ereignisse, wenn gilt: $P_A(B) = P(B)$.

	Mutter		
	blond	nicht blond	Summe
Sohn blond	125	75	200
Sohn nicht blond	105	695	800
Summe	230	770	1000

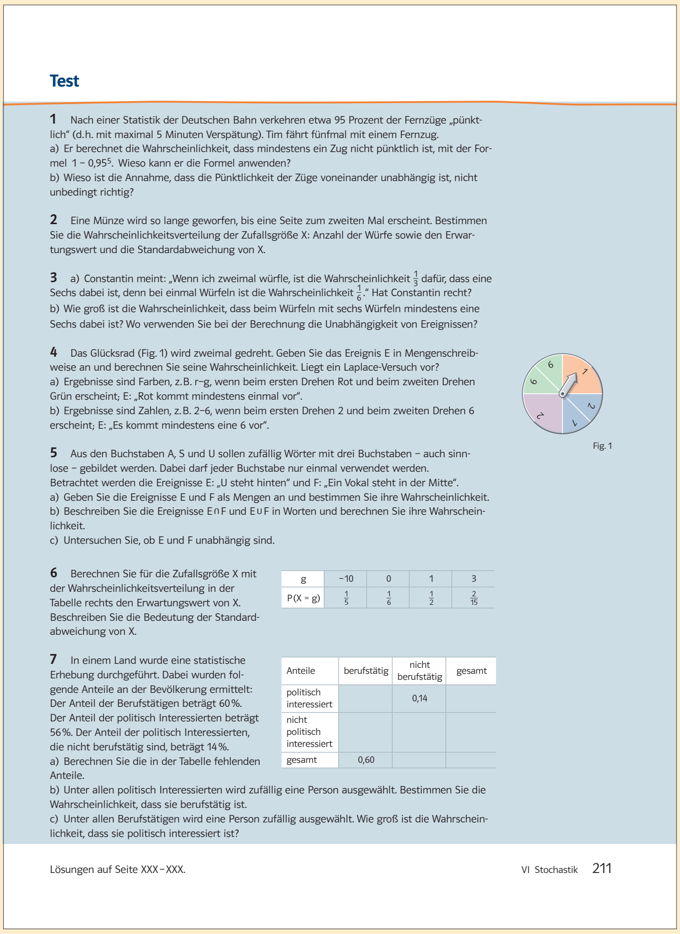
$P_{\text{Mutter blond}}(\text{Sohn blond}) = \frac{125}{230} = 0{,}5$
$P(\text{Sohn blond}) = \frac{200}{1000} = 0{,}2$
Die Ereignisse „Mutter blond“ und „Sohn blond“ sind nicht unabhängig.

Zufallsgröße
Theoretische Kenngrößen einer Zufallsgröße sind
Erwartungswert $\mu = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \ldots + x_k \cdot P(X = x_k)$ und
Standardabweichung $\sigma = \sqrt{(x_1 - \mu)^2 \cdot P(X = x_1) + \ldots + (x_k - \mu)^2 \cdot P(X = x_k)}$.
σ^2 wird als **Varianz** bezeichnet

Aus einer Urne mit vier roten und zwei blauen Kugeln werden blind zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. X: Anzahl roter Kugeln.
Wahrscheinlichkeitsverteilung siehe Tabelle.
$\mu = \frac{4}{3}$; $\sigma^2 = \frac{16}{45}$; $\sigma \approx 0{,}6$

a	0	1	2
P(X = a)	$\frac{1}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{5}$

210 VI Stochastik



Test

1 Nach einer Statistik der Deutschen Bahn verkehren etwa 95 Prozent der Fernzüge „pünktlich“ (d.h. mit maximal 5 Minuten Verspätung). Tim fährt fünfmal mit einem Fernzug.
a) Er berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Zug nicht pünktlich ist, mit der Formel $1 - 0{,}95^5$. Wieso kann er die Formel anwenden?
b) Wieso ist die Annahme, dass die Pünktlichkeit der Züge voneinander unabhängig ist, nicht unbedingt richtig?

2 Eine Münze wird so lange geworfen, bis eine Seite zum zweiten Mal erscheint. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X: Anzahl der Würfe sowie den Erwartungswert und die Standardabweichung von X.

3 a) Constantin meint: „Wenn ich zweimal würfle, ist die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ dafür, dass eine Sechs dabei ist, denn bei einmal Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$.“ Hat Constantin recht?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Würfeln mit sechs Würfeln mindestens eine Sechs dabei ist? Wo verwenden Sie bei der Berechnung die Unabhängigkeit von Ereignissen?

4 Das Glücksrad (Fig. 1) wird zweimal gedreht. Geben Sie das Ereignis E in Mengenschreibweise an und berechnen Sie seine Wahrscheinlichkeit. Liegt ein Laplace-Versuch vor?
a) Ergebnisse sind Farben, z.B. r–g, wenn beim ersten Drehen Rot und beim zweiten Drehen Grün erscheint; E: „Rot kommt mindestens einmal vor“.
b) Ergebnisse sind Zahlen, z.B. 2–6, wenn beim ersten Drehen 2 und beim zweiten Drehen 6 erscheint; E: „Es kommt mindestens eine 6 vor“.

Fig. 1

5 Aus den Buchstaben A, S und U sollen zufällig Wörter mit drei Buchstaben – auch sinnlose – gebildet werden. Dabei darf jeder Buchstabe nur einmal verwendet werden.
Betrachtet werden die Ereignisse E: „U steht hinten“ und F: „Ein Vokal steht in der Mitte“.
a) Geben Sie die Ereignisse E und F als Mengen an und bestimmen Sie ihre Wahrscheinlichkeit.
b) Beschreiben Sie die Ereignisse $E \cap F$ und $E \cup F$ in Worten und berechnen Sie ihre Wahrscheinlichkeit.
c) Untersuchen Sie, ob E und F unabhängig sind.

6 Berechnen Sie für die Zufallsgröße X mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung in der Tabelle rechts den Erwartungswert von X. Beschreiben Sie die Bedeutung der Standardabweichung von X.

g	−10	0	1	3
P(X = g)	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{15}$

7 In einem Land wurde eine statistische Erhebung durchgeführt. Dabei wurden folgende Anteile an der Bevölkerung ermittelt: Der Anteil der Berufstätigen beträgt 60 %. Der Anteil der politisch Interessierten beträgt 56 %. Der Anteil der politisch Interessierten, die nicht berufstätig sind, beträgt 14 %.
a) Berechnen Sie die in der Tabelle fehlenden Anteile.
b) Unter allen politisch Interessierten wird zufällig eine Person ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sie berufstätig ist.
c) Unter allen Berufstätigen wird eine Person zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie politisch interessiert ist?

Anteile	berufstätig	nicht berufstätig	gesamt
politisch interessiert		0,14	
nicht politisch interessiert			
gesamt	0,60		

Lösungen auf Seite XXX–XXX. VI Stochastik 211

Beispiele veranschaulichen die zentralen Inhalte des Kapitels

Basiswissen systematisch wachhalten

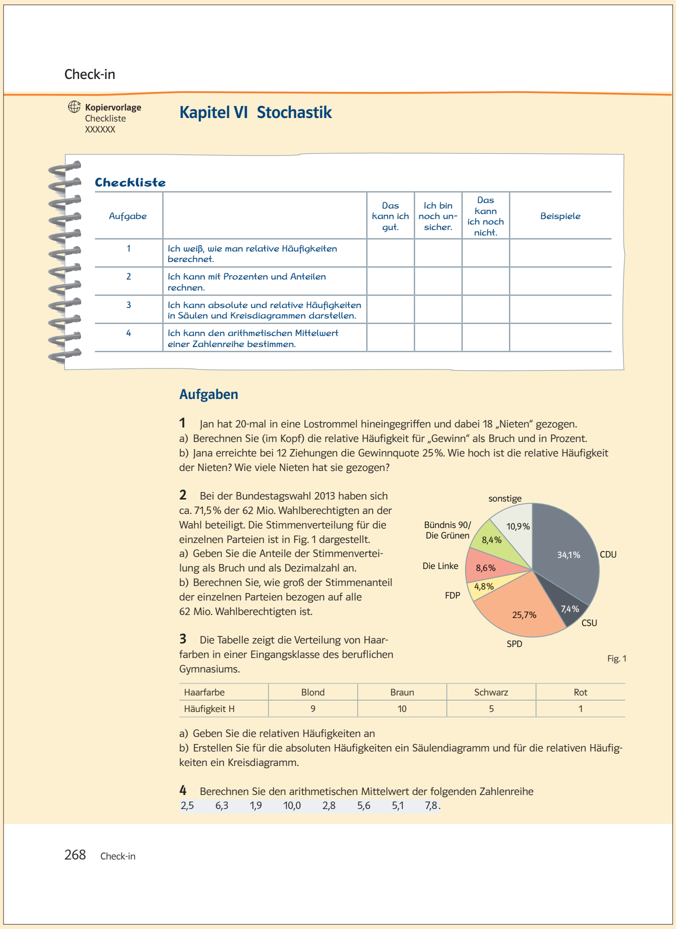
- Check-in ins Kapitel
- Basiswissen selbstständig wiederholen
- Mit zusätzlichen Aufgaben

Sicher ins Kapitel starten

Mit den „Check-in"-Seiten können die Schülerinnen und Schüler überprüfen, ob sie alle nötigen Grundlagen beherrschen, um in das neue Kapitel zu starten. Die persönliche Einschätzung kann direkt an Aufgaben überprüft werden. Sollten noch Grundlagen fehlen, können diese direkt hinten im Buch nachgeschlagen werden.

Basiswissen zum Nachschlagen und Üben

Das umfangreiche Basiswissen enthält aufbereitete Inhalte aus den vorhergehenden Klassen – zum einfachen Wiederholen und Wiederauffrischen. Aufgaben zu diesen Themen mit Lösungen festigen die Inhalte und legen eine solide Basis auf dem Weg zum Abitur .



Check-in

Kopiervorlage
Checkliste
XXXXXX

Kapitel VI Stochastik

Checkliste

Aufgabe		Das kann ich gut.	Ich bin noch unsicher.	Das kann ich noch nicht.	Beispiele
1	Ich weiß, wie man relative Häufigkeiten berechnet.				
2	Ich kann mit Prozenten und Anteilen rechnen.				
3	Ich kann absolute und relative Häufigkeiten in Säulen und Kreisdiagrammen darstellen.				
4	Ich kann den arithmetischen Mittelwert einer Zahlenreihe bestimmen.				

Aufgaben

1 Jan hat 20-mal in eine Lostrommel hineingegriffen und dabei 18 „Nieten" gezogen.
a) Berechnen Sie (im Kopf) die relative Häufigkeit für „Gewinn" als Bruch und in Prozent.
b) Jana erreichte bei 12 Ziehungen die Gewinnquote 25%. Wie hoch ist die relative Häufigkeit der Nieten? Wie viele Nieten hat sie gezogen?

2 Bei der Bundestagswahl 2013 haben sich ca. 71,5% der 62 Mio. Wahlberechtigten an der Wahl beteiligt. Die Stimmenverteilung für die einzelnen Parteien ist in Fig. 1 dargestellt.
a) Geben Sie die Anteile der Stimmenverteilung als Bruch und als Dezimalzahl an.
b) Berechnen Sie, wie groß der Stimmenanteil der einzelnen Parteien bezogen auf alle 62 Mio. Wahlberechtigten ist.

Fig. 1

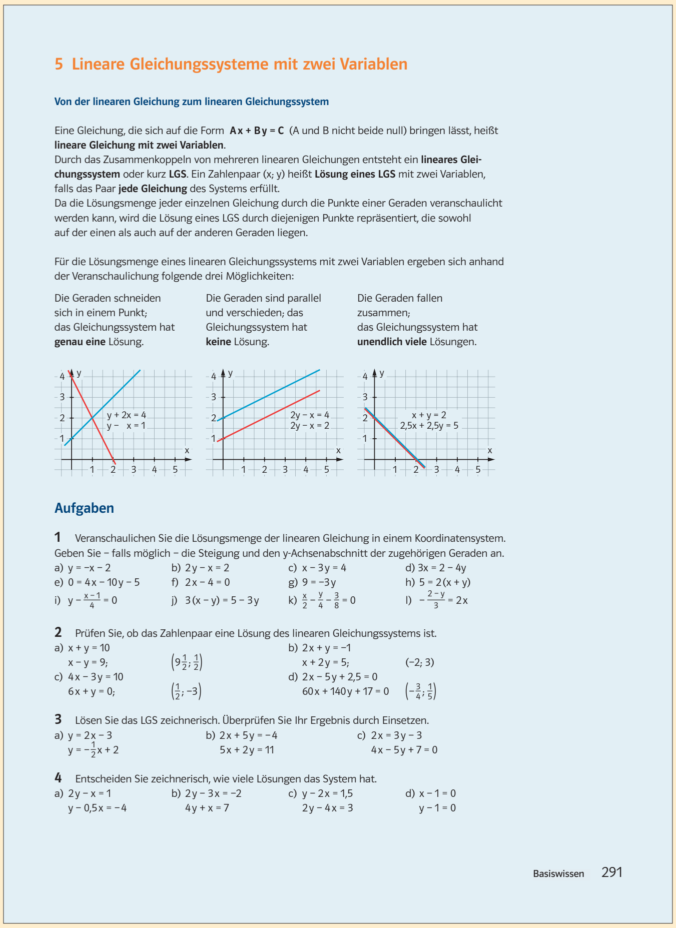
3 Die Tabelle zeigt die Verteilung von Haarfarben in einer Eingangsklasse des beruflichen Gymnasiums.

Haarfarbe	Blond	Braun	Schwarz	Rot
Häufigkeit H	9	10	5	1

a) Geben Sie die relativen Häufigkeiten an
b) Erstellen Sie für die absoluten Häufigkeiten ein Säulendiagramm und für die relativen Häufigkeiten ein Kreisdiagramm.

4 Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert der folgenden Zahlenreihe
2,5 6,3 1,9 10,0 2,8 5,6 5,1 7,8.

268 Check-in



5 Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

Von der linearen Gleichung zum linearen Gleichungssystem

Eine Gleichung, die sich auf die Form **$Ax + By = C$** (A und B nicht beide null) bringen lässt, heißt **lineare Gleichung mit zwei Variablen**.
Durch das Zusammenkoppeln von mehreren linearen Gleichungen entsteht ein **lineares Gleichungssystem** oder kurz **LGS**. Ein Zahlenpaar (x; y) heißt **Lösung eines LGS** mit zwei Variablen, falls das Paar **jede Gleichung** des Systems erfüllt.
Da die Lösungsmenge jeder einzelnen Gleichung durch die Punkte einer Geraden veranschaulicht werden kann, wird die Lösung eines LGS durch diejenigen Punkte repräsentiert, die sowohl auf der einen als auch auf der anderen Geraden liegen.

Für die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen ergeben sich anhand der Veranschaulichung folgende drei Möglichkeiten:

Die Geraden schneiden sich in einem Punkt; das Gleichungssystem hat **genau eine** Lösung.

Die Geraden sind parallel und verschieden; das Gleichungssystem hat **keine** Lösung.

Die Geraden fallen zusammen; das Gleichungssystem hat **unendlich viele** Lösungen.

Aufgaben

1 Veranschaulichen Sie die Lösungsmenge der linearen Gleichung in einem Koordinatensystem. Geben Sie – falls möglich – die Steigung und den y-Achsenabschnitt der zugehörigen Geraden an.
a) $y = -x - 2$ b) $2y - x = 2$ c) $x - 3y = 4$ d) $3x = 2 - 4y$
e) $0 = 4x - 10y - 5$ f) $2x - 4 = 0$ g) $9 = -3y$ h) $5 = 2(x + y)$
i) $y - \frac{x-1}{4} = 0$ j) $3(x - y) = 5 - 3y$ k) $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} - \frac{3}{8} = 0$ l) $-\frac{2-y}{3} = 2x$

2 Prüfen Sie, ob das Zahlenpaar eine Lösung des linearen Gleichungssystems ist.
a) $x + y = 10$, $x - y = 9$; $\left(9\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$
b) $2x + y = -1$, $x + 2y = 5$; $(-2; 3)$
c) $4x - 3y = 10$, $6x + y = 0$; $\left(\frac{1}{2}; -3\right)$
d) $2x - 5y + 2{,}5 = 0$, $60x + 140y + 17 = 0$ $\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{5}\right)$

3 Lösen Sie das LGS zeichnerisch. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis durch Einsetzen.
a) $y = 2x - 3$, $y = -\frac{1}{2}x + 2$
b) $2x + 5y = -4$, $5x + 2y = 11$
c) $2x = 3y - 3$, $4x - 5y + 7 = 0$

4 Entscheiden Sie zeichnerisch, wie viele Lösungen das System hat.
a) $2y - x = 1$, $y - 0{,}5x = -4$
b) $2y - 3x = -2$, $4y + x = 7$
c) $y - 2x = 1{,}5$, $2y - 4x = 3$
d) $x - 1 = 0$, $y - 1 = 0$

Basiswissen 291

Multimediales Unterrichten

Im Internet geht der Lambacher Schweizer weiter

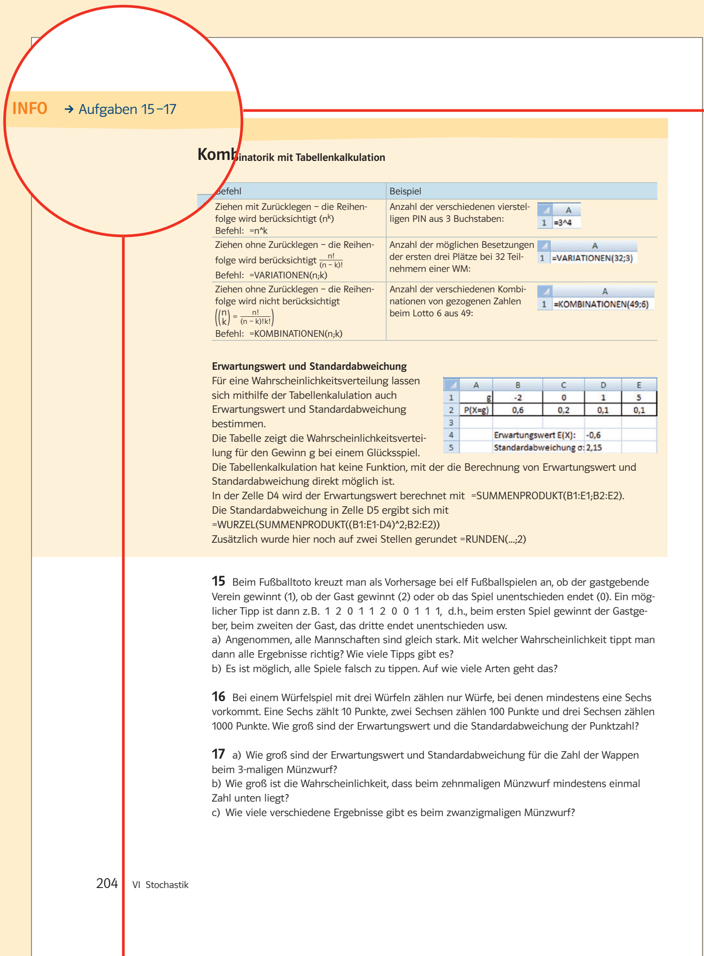
In den Büchern abgedruckte Online-Codes führen zu kostenlosen ergänzenden Materialien unter www.klett.de, wie zum Beispiel Angebote zur Anwendung von dynamischer Geometriesoftware, interaktive Übungsmaterialien, Kopiervorlagen und vieles mehr.

Organisierter Einsatz von Medien im Unterricht

Die Infobox bündelt Inhalte und Aufgaben, die im Computerraum behandelt werden können.

Digitales Schulbuch kostenlos nutzbar

Wenn Sie sich für ein Klett-Schulbuch in gedruckter Form entscheiden, dann können Sie und Ihre Schülerinnen und Schüler auch das jeweilige Digitale Schulbuch sechs Jahre lang kostenlos nutzen. Weitere Infos: www.klett.de/ebook



INFO → Aufgaben 15–17

Kombinatorik mit Tabellenkalkulation

Befehl	Beispiel
Ziehen mit Zurücklegen – die Reihenfolge wird berücksichtigt (n^k) Befehl: =n^k	Anzahl der verschiedenen vierstelligen PIN aus 3 Buchstaben: =3^4
Ziehen ohne Zurücklegen – die Reihenfolge wird berücksichtigt $\frac{n!}{(n-k)!}$ Befehl: =VARIATIONEN(n;k)	Anzahl der möglichen Besetzungen der ersten drei Plätze bei 32 Teilnehmern einer WM: =VARIATIONEN(32;3)
Ziehen ohne Zurücklegen – die Reihenfolge wird nicht berücksichtigt $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ Befehl: =KOMBINATIONEN(n;k)	Anzahl der verschiedenen Kombinationen von gezogenen Zahlen beim Lotto 6 aus 49: =KOMBINATIONEN(49;6)

Erwartungswert und Standardabweichung

Für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung lassen sich mithilfe der Tabellenkalulation auch Erwartungswert und Standardabweichung bestimmen.
Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Gewinn g bei einem Glücksspiel.

	A	B	C	D	E
1	g	-2	0	1	5
2	P(X=g)	0,6	0,2	0,1	0,1
3					
4		Erwartungswert E(X):	-0,6		
5		Standardabweichung σ:	2,15		

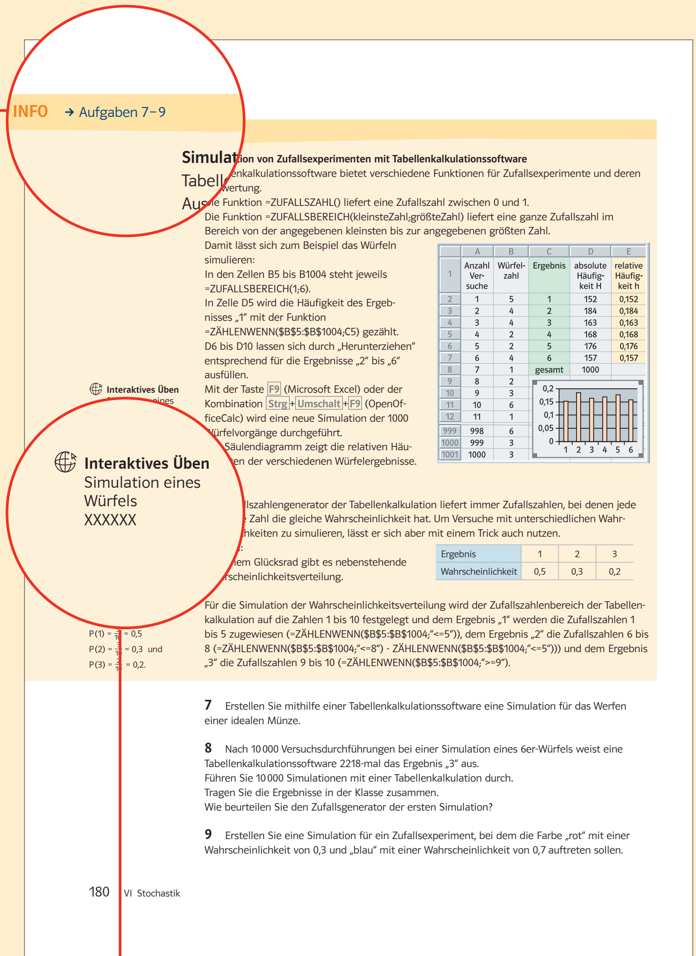
Die Tabellenkalkulation hat keine Funktion, mit der die Berechnung von Erwartungswert und Standardabweichung direkt möglich ist.
In der Zelle D4 wird der Erwartungswert berechnet mit =SUMMENPRODUKT(B1:E1;B2:E2).
Die Standardabweichung in Zelle D5 ergibt sich mit =WURZEL(SUMMENPRODUKT((B1:E1-D4)^2;B2:E2))
Zusätzlich wurde hier noch auf zwei Stellen gerundet =RUNDEN(...;2)

15 Beim Fußballtoto kreuzt man als Vorhersage bei elf Fußballspielen an, ob der gastgebende Verein gewinnt (1), ob der Gast gewinnt (2) oder ob das Spiel unentschieden endet (0). Ein möglicher Tipp ist dann z.B. 1 2 0 1 1 2 0 0 1 1 1, d.h., beim ersten Spiel gewinnt der Gastgeber, beim zweiten der Gast, das dritte endet unentschieden usw.
a) Angenommen, alle Mannschaften sind gleich stark. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tippt man dann alle Ergebnisse richtig? Wie viele Tipps gibt es?
b) Es ist möglich, alle Spiele falsch zu tippen. Auf wie viele Arten geht das?

16 Bei einem Würfelspiel mit drei Würfeln zählen nur Würfe, bei denen mindestens eine Sechs vorkommt. Eine Sechs zählt 10 Punkte, zwei Sechsen zählen 100 Punkte und drei Sechsen zählen 1000 Punkte. Wie groß sind der Erwartungswert und die Standardabweichung der Punktzahl?

17 a) Wie groß sind der Erwartungswert und Standardabweichung für die Zahl der Wappen beim 3-maligen Münzwurf?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim zehnmaligen Münzwurf mindestens einmal Zahl unten liegt?
c) Wie viele verschiedene Ergebnisse gibt es beim zwanzigmaligen Münzwurf?

204 VI Stochastik



INFO → Aufgaben 7–9

Simulation von Zufallsexperimenten mit Tabellenkalkulationssoftware

Tabellenkalkulationssoftware bietet verschiedene Funktionen für Zufallsexperimente und deren Auswertung.
Die Funktion =ZUFALLSZAHL() liefert eine Zufallszahl zwischen 0 und 1.
Die Funktion =ZUFALLSBEREICH(kleinsteZahl;größteZahl) liefert eine ganze Zufallszahl im Bereich von der angegebenen kleinsten bis zur angegebenen größten Zahl.
Damit lässt sich zum Beispiel das Würfeln simulieren:
In den Zellen B5 bis B1004 steht jeweils =ZUFALLSBEREICH(1;6).
In Zelle D5 wird die Häufigkeit des Ergebnisses „1" mit der Funktion =ZÄHLENWENN($B$5:$B$1004;C5) gezählt.
D6 bis D10 lassen sich durch „Herunterziehen" entsprechend für die Ergebnisse „2" bis „6" ausfüllen.
Mit der Taste F9 (Microsoft Excel) oder der Kombination Strg+Umschalt+F9 (OpenOfficeCalc) wird eine neue Simulation der 1000 Würfelvorgänge durchgeführt.
Das Säulendiagramm zeigt die relativen Häufigkeiten der verschiedenen Würfelergebnisse.

	A	B	C	D	E
1	Anzahl Versuche	Würfelzahl	Ergebnis	absolute Häufigkeit H	relative Häufigkeit h
2	1	5	1	152	0,152
3	2	4	2	184	0,184
4	3	4	3	163	0,163
5	4	2	4	168	0,168
6	5	2	5	176	0,176
7	6	4	6	157	0,157
8	7	1	gesamt	1000	
9	8	2			
10	9	3			
11	10	6			
12	11	1			
999	998	6			
1000	999	3			
1001	1000	3			

Interaktives Üben
Simulation eines Würfels
XXXXXX

Der Zufallszahlengenerator der Tabellenkalkulation liefert immer Zufallszahlen, bei denen jede Zahl die gleiche Wahrscheinlichkeit hat. Um Versuche mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten zu simulieren, lässt er sich aber mit einem Trick auch nutzen.
Bei einem Glücksrad gibt es nebenstehende Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Ergebnis	1	2	3
Wahrscheinlichkeit	0,5	0,3	0,2

Für die Simulation der Wahrscheinlichkeitsverteilung wird der Zufallszahlenbereich der Tabellenkalkulation auf die Zahlen 1 bis 10 festgelegt und dem Ergebnis „1" werden die Zufallszahlen 1 bis 5 zugewiesen (=ZÄHLENWENN($B$5:$B$1004;"<=5")), dem Ergebnis „2" die Zufallszahlen 6 bis 8 (=ZÄHLENWENN($B$5:$B$1004;"<=8") - ZÄHLENWENN($B$5:$B$1004;"<=5"))) und dem Ergebnis „3" die Zufallszahlen 9 bis 10 (=ZÄHLENWENN($B$5:$B$1004;">=9").

7 Erstellen Sie mithilfe einer Tabellenkalkulationssoftware eine Simulation für das Werfen einer idealen Münze.

8 Nach 10 000 Versuchsdurchführungen bei einer Simulation eines 6er-Würfels weist eine Tabellenkalkulationssoftware 2218-mal das Ergebnis „3" aus.
Führen Sie 10 000 Simulationen mit einer Tabellenkalkulation durch.
Tragen Sie die Ergebnisse in der Klasse zusammen.
Wie beurteilen Sie den Zufallsgenerator der ersten Simulation?

9 Erstellen Sie eine Simulation für ein Zufallsexperiment, bei dem die Farbe „rot" mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,3 und „blau" mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,7 auftreten sollen.

180 VI Stochastik

Organisierter Einsatz von Medien im Unterricht: Die Infobox bündelt hier Inhalte und Aufgaben zurTabellenkalkulation.

Die Lambacher Schweizer Online-Codes im Schülerbuch führen zu kostenlosen, ergänzenden Materialien im Internet.

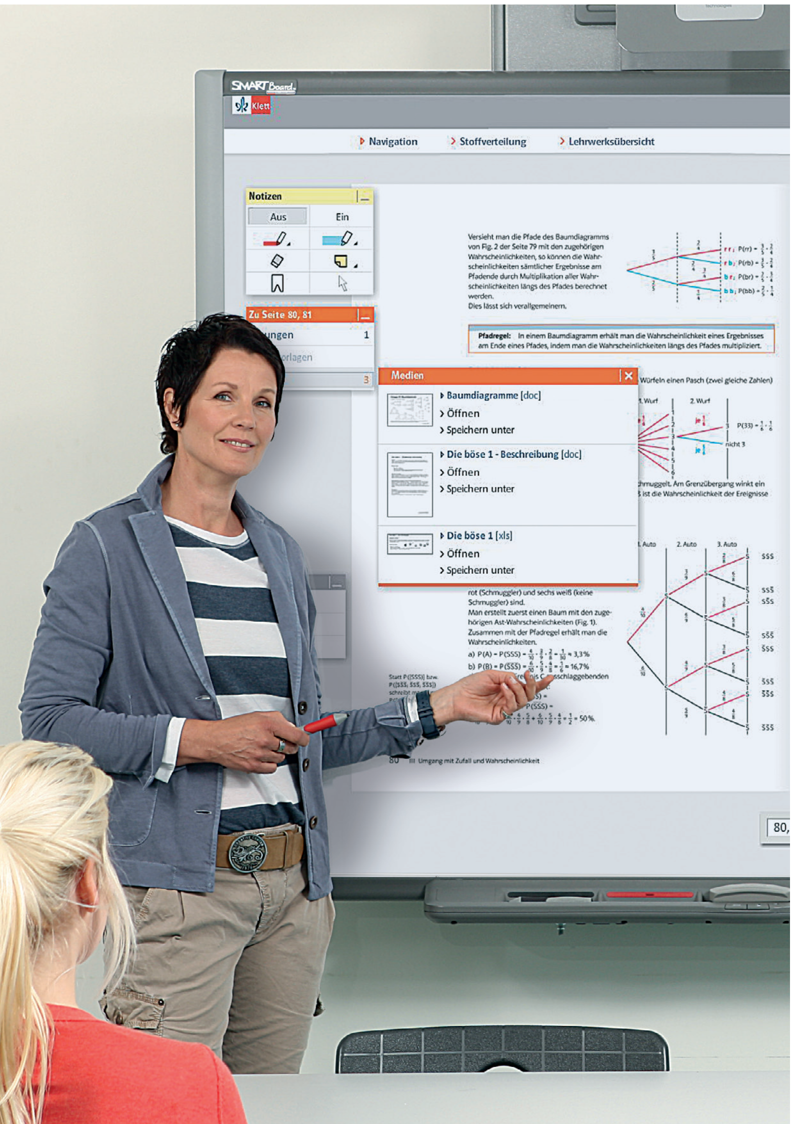
Der Digitale Unterrichtsassistent: Alles auf einen Klick!

- Zeitsparende Unterrichtsvorbereitung
- Vielfältige Materialien

Alles Auf einen Klick

Für eine zeitsparende Unterrichtsvorbereitung und Ihren Unterricht mit Whiteboard oder Beamer.
Rund um das Digitale Schülerbuch bietet Ihnen der Digitale Unterrichtsassistent die Lösungen und weitere vielfältige Medien: Zum Beispiel Excel-Arbeitsblätter, Simulationen, Geonext-Dateien, ...

Neben Kommentaren und Anregungen für den Unterricht finden Sie zu jeder Lerneinheit passgenau auf den Lambacher Schweizer abgestimmte und direkt einsetzbare Kopiervorlagen und die entsprechenden Lösungen. Damit Sie diese gleich ausprobieren können, haben wir drei Kopiervorlagen diesem Prospekt beigelegt.



Ganz sicher mit dem Trainingsheft.

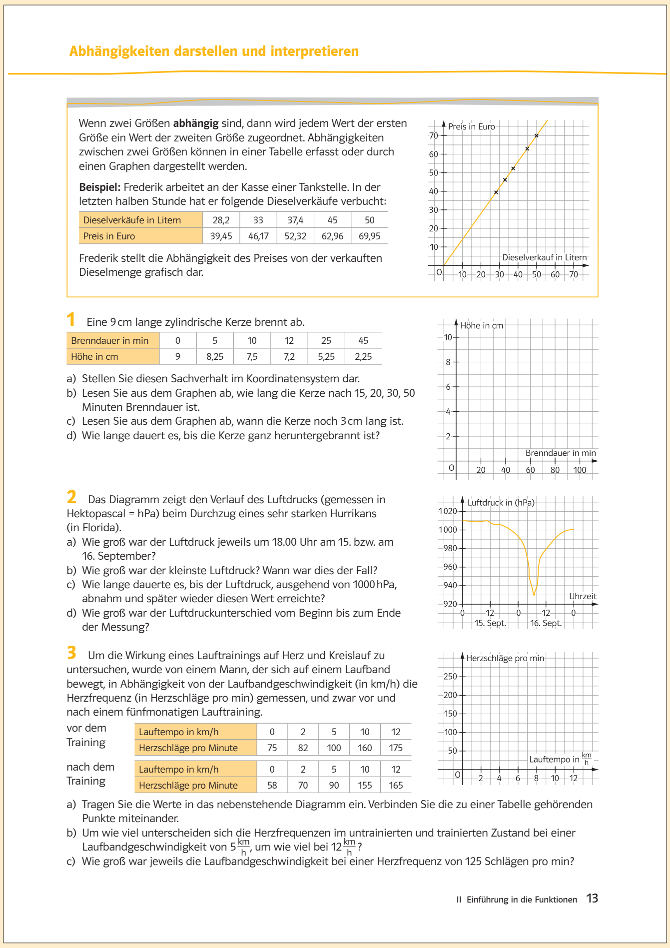
- Trainieren von grundlegenden Inhalten und Fertigkeiten
- Solides Fundament für das Abitur legen
- Zusammenfassung der wichtigsten Verfahren und Begriffe

Basiswissen kontinuierlich sichern

Das Trainingsheft Eingangsklasse ist das ideale Werkzeug zum Trainieren von grundlegenden Inhalten und Fertigkeiten. Damit können Ihre Schülerinnen und Schüler das Basiswissen
kontinuierlich sichern und schaffen sich somit ein solides Fundament für das Abitur.

Passgenau zum Schulbuch

Die Themen sind passgenau zum Schulbuch angeordnet. Die zentralen Inhalte werden beispielorientiert und anschaulich dargestellt. Die vielfältigen Aufgaben sind so konzipiert, dass sie auf das Grundwissen zielen und Grundlegendes festigen.
Die Lösungen im Heft geben Bestätigung beziehungsweise Fehler können erkannt und korrigiert werden – für eine sichere Vorbereitung auf Klausuren.



Abhängigkeiten darstellen und interpretieren

Wenn zwei Größen **abhängig** sind, dann wird jedem Wert der ersten Größe ein Wert der zweiten Größe zugeordnet. Abhängigkeiten zwischen zwei Größen können in einer Tabelle erfasst oder durch einen Graphen dargestellt werden.

Beispiel: Frederik arbeitet an der Kasse einer Tankstelle. In der letzten halben Stunde hat er folgende Dieselverkäufe verbucht:

Dieselverkäufe in Litern	28,2	33	37,4	45	50
Preis in Euro	39,45	46,17	52,32	62,96	69,95

Frederik stellt die Abhängigkeit des Preises von der verkauften Dieselmenge grafisch dar.

1 Eine 9 cm lange zylindrische Kerze brennt ab.

Brenndauer in min	0	5	10	12	25	45
Höhe in cm	9	8,25	7,5	7,2	5,25	2,25

a) Stellen Sie diesen Sachverhalt im Koordinatensystem dar.
b) Lesen Sie aus dem Graphen ab, wie lang die Kerze nach 15, 20, 30, 50 Minuten Brenndauer ist.
c) Lesen Sie aus dem Graphen ab, wann die Kerze noch 3 cm lang ist.
d) Wie lange dauert es, bis die Kerze ganz heruntergebrannt ist?

2 Das Diagramm zeigt den Verlauf des Luftdrucks (gemessen in Hektopascal = hPa) beim Durchzug eines sehr starken Hurrikans (in Florida).
a) Wie groß war der Luftdruck jeweils um 18.00 Uhr am 15. bzw. am 16. September?
b) Wie groß war der kleinste Luftdruck? Wann war dies der Fall?
c) Wie lange dauerte es, bis der Luftdruck, ausgehend von 1000 hPa, abnahm und später wieder diesen Wert erreichte?
d) Wie groß war der Luftdruckunterschied vom Beginn bis zum Ende der Messung?

3 Um die Wirkung eines Lauftrainings auf Herz und Kreislauf zu untersuchen, wurde von einem Mann, der sich auf einem Laufband bewegt, in Abhängigkeit von der Laufbandgeschwindigkeit (in km/h) die Herzfrequenz (in Herzschläge pro min) gemessen, und zwar vor und nach einem fünfmonatigen Lauftraining.

vor dem Training

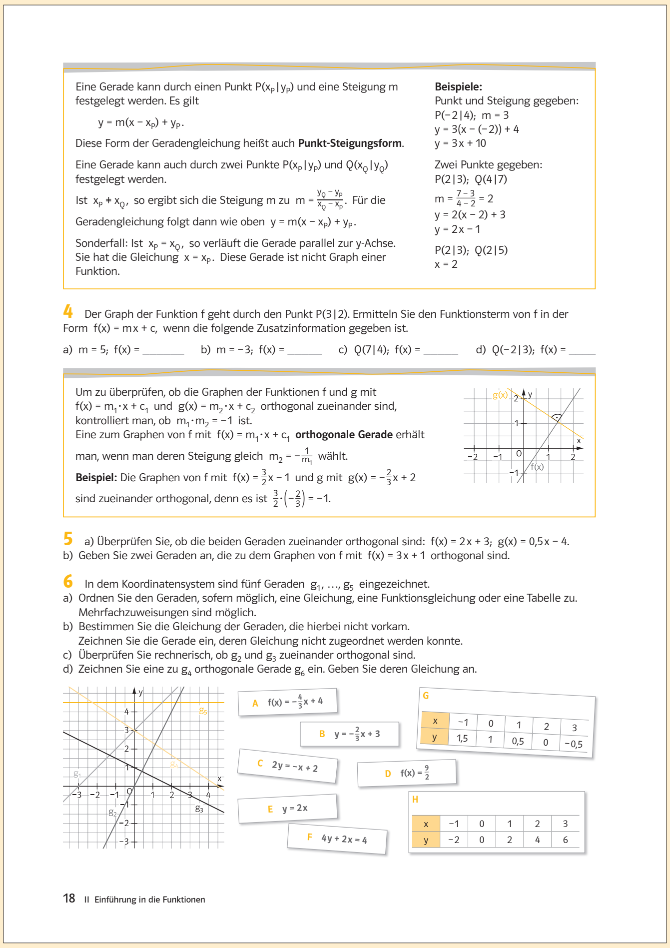
Lauftempo in km/h	0	2	5	10	12
Herzschläge pro Minute	75	82	100	160	175

nach dem Training

Lauftempo in km/h	0	2	5	10	12
Herzschläge pro Minute	58	70	90	155	165

a) Tragen Sie die Werte in das nebenstehende Diagramm ein. Verbinden Sie die zu einer Tabelle gehörenden Punkte miteinander.
b) Um wie viel unterscheiden sich die Herzfrequenzen im untrainierten und trainierten Zustand bei einer Laufbandgeschwindigkeit von $5\frac{km}{h}$, um wie viel bei $12\frac{km}{h}$?
c) Wie groß war jeweils die Laufbandgeschwindigkeit bei einer Herzfrequenz von 125 Schlägen pro min?

II Einführung in die Funktionen 13



Eine Gerade kann durch einen Punkt $P(x_P|y_P)$ und eine Steigung m festgelegt werden. Es gilt

$y = m(x - x_P) + y_P$.

Diese Form der Geradengleichung heißt auch **Punkt-Steigungsform**.

Eine Gerade kann auch durch zwei Punkte $P(x_P|y_P)$ und $Q(x_Q|y_Q)$ festgelegt werden.

Ist $x_P \neq x_Q$, so ergibt sich die Steigung m zu $m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$. Für die Geradengleichung folgt dann wie oben $y = m(x - x_P) + y_P$.

Sonderfall: Ist $x_P = x_Q$, so verläuft die Gerade parallel zur y-Achse. Sie hat die Gleichung $x = x_P$. Diese Gerade ist nicht Graph einer Funktion.

Beispiele:
Punkt und Steigung gegeben:
$P(-2|4)$; $m = 3$
$y = 3(x - (-2)) + 4$
$y = 3x + 10$

Zwei Punkte gegeben:
$P(2|3)$; $Q(4|7)$
$m = \frac{7-3}{4-2} = 2$
$y = 2(x - 2) + 3$
$y = 2x - 1$

$P(2|3)$; $Q(2|5)$
$x = 2$

4 Der Graph der Funktion f geht durch den Punkt $P(3|2)$. Ermitteln Sie den Funktionsterm von f in der Form $f(x) = mx + c$, wenn die folgende Zusatzinformation gegeben ist.

a) $m = 5$; $f(x) =$ ____ b) $m = -3$; $f(x) =$ ____ c) $Q(7|4)$; $f(x) =$ ____ d) $Q(-2|3)$; $f(x) =$ ____

Um zu überprüfen, ob die Graphen der Funktionen f und g mit $f(x) = m_1 \cdot x + c_1$ und $g(x) = m_2 \cdot x + c_2$ orthogonal zueinander sind, kontrolliert man, ob $m_1 \cdot m_2 = -1$ ist.
Eine zum Graphen von f mit $f(x) = m_1 \cdot x + c_1$ **orthogonale Gerade** erhält man, wenn man deren Steigung gleich $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ wählt.

Beispiel: Die Graphen von f mit $f(x) = \frac{3}{2}x - 1$ und g mit $g(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ sind zueinander orthogonal, denn es ist $\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$.

5 a) Überprüfen Sie, ob die beiden Geraden zueinander orthogonal sind: $f(x) = 2x + 3$; $g(x) = 0{,}5x - 4$.
b) Geben Sie zwei Geraden an, die zu dem Graphen von f mit $f(x) = 3x + 1$ orthogonal sind.

6 In dem Koordinatensystem sind fünf Geraden $g_1, \dots, g_5$ eingezeichnet.
a) Ordnen Sie den Geraden, sofern möglich, eine Gleichung, eine Funktionsgleichung oder eine Tabelle zu. Mehrfachzuweisungen sind möglich.
b) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die hierbei nicht vorkam. Zeichnen Sie die Gerade ein, deren Gleichung nicht zugeordnet werden konnte.
c) Überprüfen Sie rechnerisch, ob g_2 und g_3 zueinander orthogonal sind.
d) Zeichnen Sie eine zu g_4 orthogonale Gerade g_6 ein. Geben Sie deren Gleichung an.

A $f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$
B $y = -\frac{2}{3}x + 3$
C $2y = -x + 2$
D $f(x) = \frac{9}{2}$
E $y = 2x$
F $4y + 2x = 4$

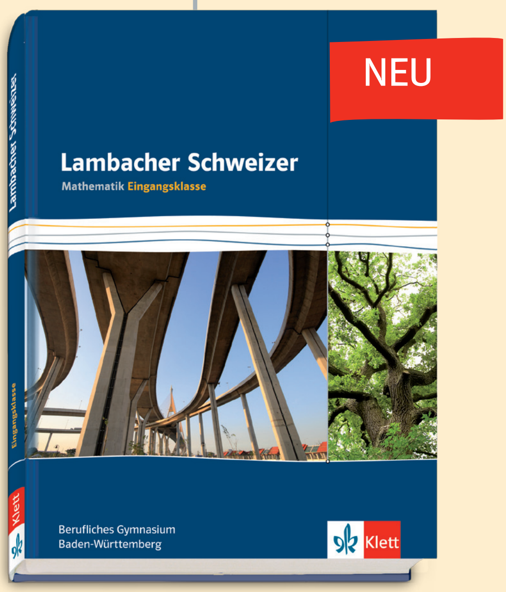
G

x	−1	0	1	2	3
y	1,5	1	0,5	0	−0,5

H

x	−1	0	1	2	3
y	−2	0	2	4	6

18 II Einführung in die Funktionen



Lambacher Schweizer für berufliche Gymnasien

Baden-Württemberg

Eingangsklasse, 11. Jahrgangsstufe

Schülerbuch E			
978-3-12-732634-5	€ 26,95	◔	
2 Quartal 2015			
Lösungen			
978-3-12-732635-2	€ 19,95	●	
3. Quartal 2015			
Digitaler Unterrichtsassistent, Einzellizenz			
◎ 978-3-12-732636-9	€ 29,95	⊛●△	
3. Quartal 2015			
Digitaler Unterrichtsassistent, Kollegiumslizenz			
◎ X700135	€ 89,95	⊛●△	
3. Quartal 2015			
Trainingsheft Eingangsklasse. Arbeitsheft mit Lösungen			
978-3-12-732637-6	iVb		

W700569 (10/2014)
Bilder: Hochseil – Fotolia.com (ARochau); Klettern – Fotolia.com (Jakub Cejpek); Radfahrerinnen – Fotolia.com (yanlev); Skifahrer – Fotolia.com (Sergey Novikov); Schüler, Lehrerin, Lehrer – Klett Archiv (Thomas Weccard, Ludwigsburg)

Das Bild- und Textquellenverzeichnis finden Sie im fertigen Schülerbuch mit der ISBN 978-3-12-732634-5.

Ernst Klett Verlag
Postfach 10 26 45, 70022 Stuttgart
Telefon 0711 · 66 72 13 33, Telefax 0711 · 98 80 90 00 99
www.klett.de